

Club Apollo 13
Aufgabe 4, 2016/2017
Berechnung von Robotern
Musterlösung

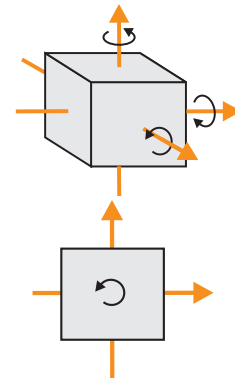
A Grundlagenteil

Frage 1 Im dreidimensionalen Raum braucht ein Roboter sechs Freiheitsgrade:

- 3 Translationsfreiheitsgrade
- 3 Rotationsfreiheitsgrade

In der Ebene braucht ein Roboter drei Freiheitsgrade:

- 2 Translationsfreiheitsgrade
- 1 Rotationsfreiheitsgrad



Frage 2 Der SCARA kann aufgrund seiner reduzierten Anzahl an Antrieben den Endeffektor zwar in allen Raumrichtungen (x,y,z) bewegen, aber die Orientierung nur um die z -Achse ändern. Diese Bewegungsmöglichkeiten sind aber für Pick&Place-Aufgaben vollkommen ausreichend und durch das Weglassen von Antrieben kann der SCARA sich sehr schnell und genau bewegen. Zudem werden Materialkosten (Motoren, Gelenke, etc.) gespart, wodurch er auch günstiger als koventionelle Sechs-Achs-Roboter ist. Der Arbeitsbereich ist nierenförmig.

Frage 3 Der menschliche Arm besitzt folgende sieben Antriebe:

- **Schulter:**
Im Kugelgelenk der Schulter befinden sich drei rotatorische Antriebe (Auf- und Abbewegung des Arms, seitliche Bewegung des Arms, Drehung des Arms).
- **Ellenbogen:**
Im Ellenbogen befinden sich zwei rotatorische Antriebe (Beugung und Streckung des Unterarms, Drehung des Unterarms).
- **Handgelenk:**
Im Handgelenk befinden sich auch zwei rotatorische Antriebe (Auf- und Abbewegung der Hand, seitliche Bewegung der Hand)

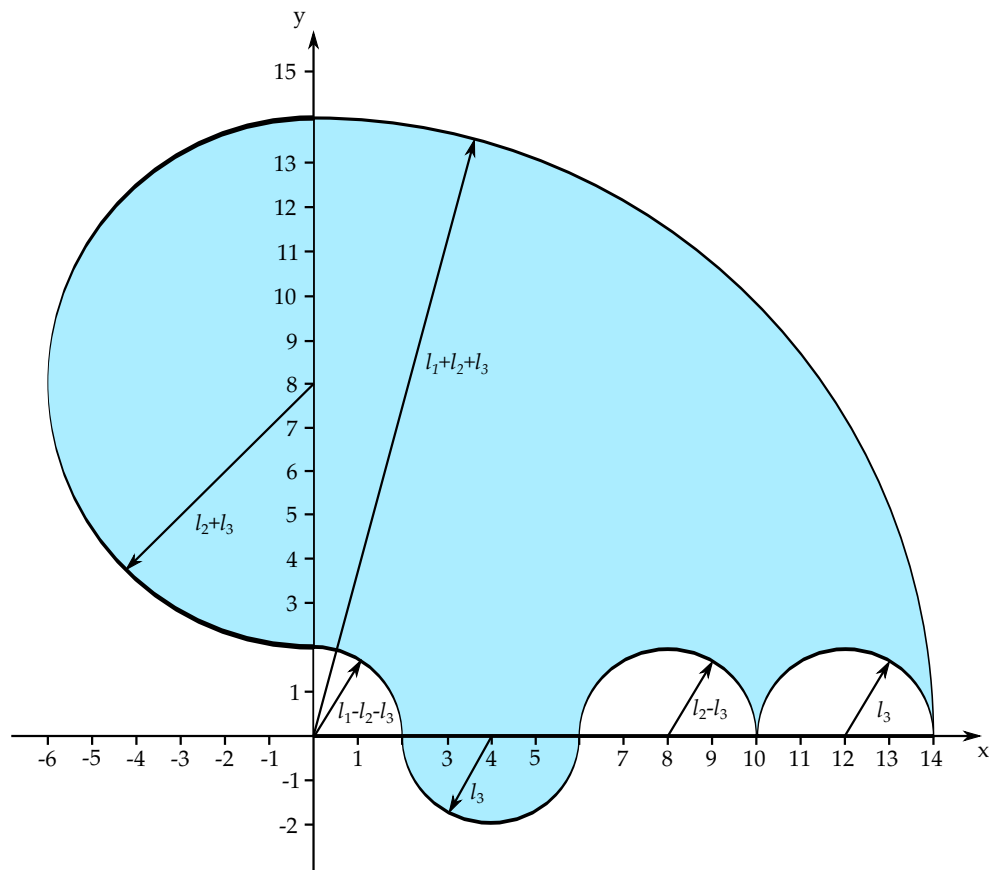
Frage 4 Vorteil gegenüber einem SCARA mit 4 Antrieben:
Zusätzliche Bewegung der Objekte um die x - und y -Achse möglich.

Vorteil gegenüber einem SCARA mit 6 Antrieben:

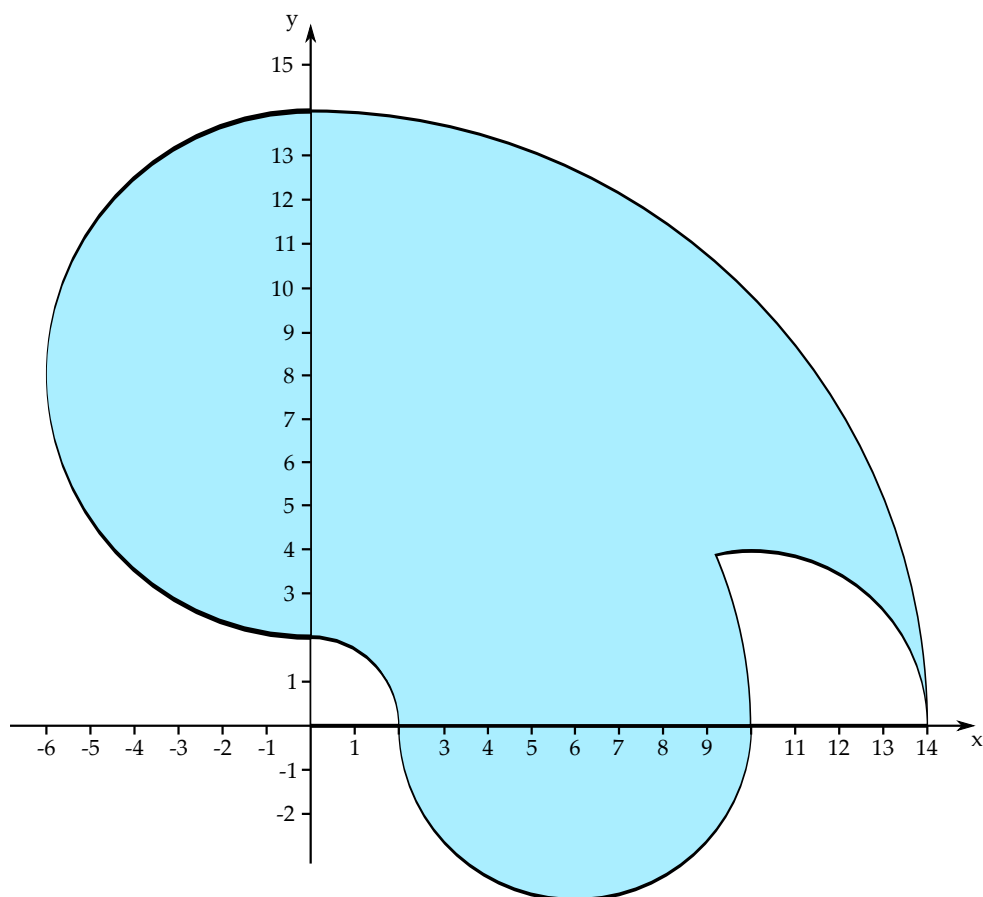
Ein Arm mit einem zusätzlichen Freiheitsgrad hat die Möglichkeit mit verschiedenen Stellungen der Arme das Objekt an der gewünschten Position zu halten. Dadurch können Hindernisse gezielt umfahren werden, ohne dass sich die gewünschte Position des Objektes in der Hand (Endeffektor) ändert. Zudem kann der Arm in eine für die Kraftübertragung günstigere Stellung gebracht werden. Ein weiterer Aspekt ist die Vorbereitung des nächsten Arbeitsschrittes. Durch die mögliche Bewegung des Ellenbogens, ohne Bewegung des Objektes in der Hand, kann sich der Arm schon bereits auf die nächste Bewegung vorbereiten, was zu effizienteren Bewegungsabläufen führt.

B Mittlerer Teil

Frage 1 Arbeitsraum Nr. 1:



Frage 2 Arbeitsraum Nr. 2:



Frage 3 Berechnung der Fläche für $l_1 > l_2 > l_3$ und $l_1 > (l_2 + l_3)$:

$$A = \frac{1}{4}\pi(l_1 + l_2 + l_3)^2 - \frac{1}{4}\pi(l_1 - (l_2 + l_3))^2 - \frac{1}{2}\pi(l_2 - l_3)^2 + \frac{1}{2}\pi(l_2 + l_3)^2$$

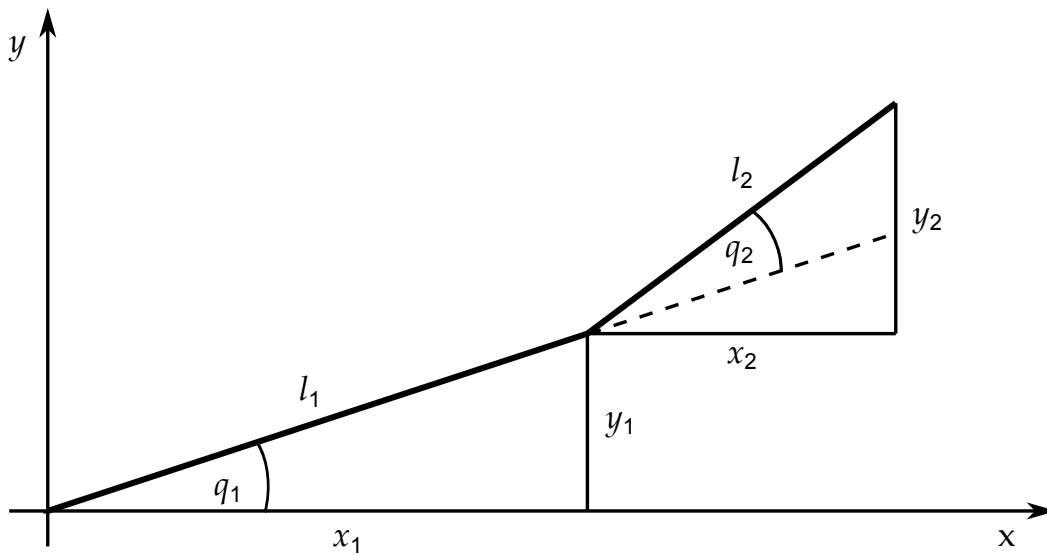
C Für Profis

Frage 1 Die Position des Endeffektors in der x-y-Ebene ergibt sich wie folgt:

$$x_1 = l_1 \cdot \cos q_1$$

$$y_1 = l_1 \cdot \sin q_1$$

$$x_2 = l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2)$$



$$y_2 = l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2)$$

$$x = l_1 \cdot \cos q_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2)$$

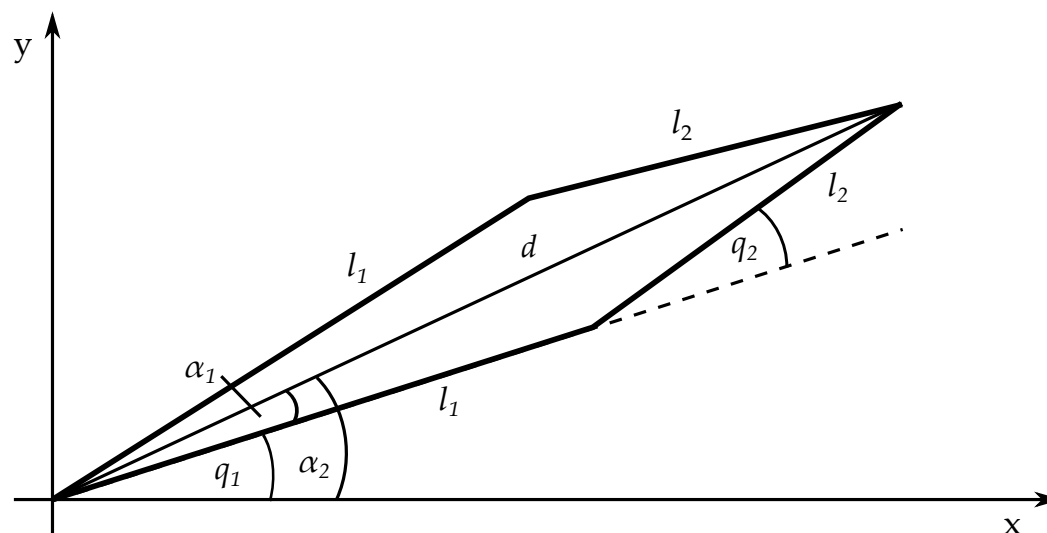
$$y = l_1 \cdot \sin q_1 + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2)$$

Frage 2 Geometrischer Ansatz über den Kosinussatz:

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos(180^\circ - q_2) = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_2$$

mit

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$q_2 = \pm \arccos\left(\frac{d^2 - (l_1^2 + l_2^2)}{2l_1l_2}\right)$$

$$l_2^2 = d^2 + l_1^2 - 2dl_1 \cos \alpha$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{l_1^2 + d^2 - l_2^2}{2dl_1}\right)$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{y}{d}\right)$$

$$q_1 = \alpha_2 \pm \alpha_1$$

$$q_1 = \arcsin\left(\frac{y}{d}\right) \pm \arccos\left(\frac{l_1^2 + d^2 - l_2^2}{2dl_1}\right)$$