B!G B4NG challenge, 17. Wettbewerb
Aufgabe 3

Diese Aufgabe wird vom Fachbereich Physik der Leibniz Universität Hannover gestellt.

Weitere Informationen zum Angebot der Physik für Schülerinnen und Schüler findet ihr unter http://www.praktikumphysik.uni-hannover.de/SuS

Physik pur!
In dieser Aufgabe geht es um den Fadenpendelversuch; Abbildung 1 zeigt den Aufbau. Der Ursprung dieses Experiments reicht weit in die Geschichte der Menschheit und ist kaum zurückzuverfolgen. Es wurde dabei vor allem auch als Wahrsageinstrument eingesetzt.

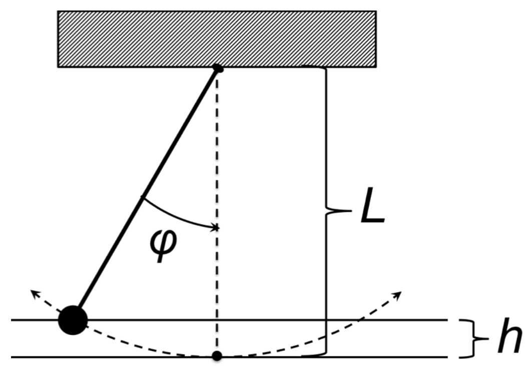

Abbildung 1: Das Schwerependel im Experiment

Hier geht es nun um die *Physik* des Pendels. Ihr werdet die Genauigkeit von physikalischen Messdaten bestimmen und die grundlegenden physikalischen Gesetze kennenlernen.

Die Oszillationsbewegung des Pendels ist ein Grundmuster in der Physik bis hin zur modernen Quantenphysik.

Zur Beschreibung der Pendelbewegung
Eine Masse M ist an einem Faden der Länge L aufgehängt. Einmal aus der Ruhelage ausgelenkt und losgelassen, pendelt sie hin und her. Zur Vereinfachung nehmen wir ein idealisiertes Pendel an: die Masse M sei in einem Punkt konzentriert und der Faden, an dem die Masse hängt, habe keine Masse. Es handelt sich bei der Bewegung der Masse um eine oszillierende Drehung um den Aufhängepunkt, die allein durch den Drehwinkel φ beschrieben werden kann: φ hängt von der Zeit t ab und ändert ständig seinen Wert. Man schreibt in der Physik: $\varphi = \varphi(t)$.

a) Grundlagenteil (10 Punkte): Der Energieerhaltungssatz beim Schwerependel

Abbildung 2 zeigt eine Darstellung der Pendelbewegung, mit der wir in der Physik sehr gut arbeiten können: Nach rechts ist die Zeit in Sekunden aufgetragen.

Aufgabe 1: Aus dem Diagramm könnt ihr ablesen, mit welcher Frequenz (Anzahl der Schwingungen pro Sekunde) das Pendel schwingt und bei welchem Winkel es gestartet ist.

1.1 Ermittelt diese Daten aus dem Diagramm.
1.2 Zeichnet ein Diagramm für eine Schwingung mit der Frequenz 3 Hz = 3 Schwingungen/Sekunde und einem Startwinkel (im Bogenmaß) von $\varphi_0 = \pi/4$.

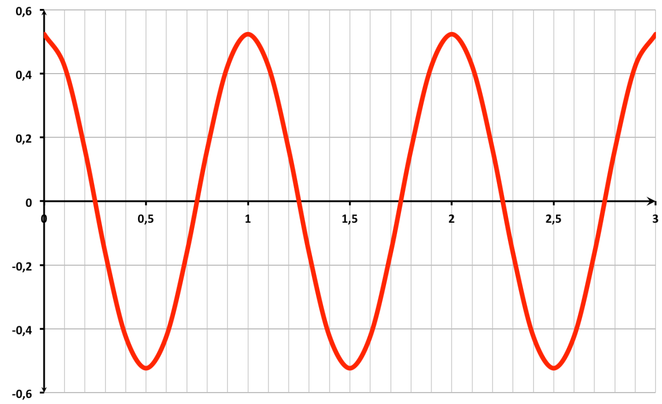

Abbildung 2: Diagramm der Schwingungsbewegung; nach rechts ist die Zeit in Sekunden, nach oben der Winkel φ (t) m Bogenmaß

Die Bewegung der Masse am Pendel ist gar nicht so einfach zu verstehen: Zunächst einmal ist sie nicht gradlinig. Die Masse bewegt sich auf einer Kreisbahn. Der Krümmungsradius dieser Kreisbahn ist die Pendellänge L zwischen Aufhängepunkt und Schwerpunkt der Masse. Eine weitere Komplikation ist, dass die Geschwindigkeit der Masse nicht konstant ist, ja nicht einmal die Beschleunigung. Beides hängt vom Winkel φ ab. In einer solchen Situation versuchen wir in der Physiktheorie Näherungen zu finden, die das Experiment noch sehr gut beschreiben und gut zu berechnen sind. Auch solche Näherungen dürfen den Grundsätzen der Physik allerdings nicht widersprechen. Einer der wichtigsten Grundsätze ist der Energieerhaltungssatz: Die Summe aller Energiebeiträge ist konstant und gleich der Gesamtenergie. Angewandt auf das Pendel nach Abbildung 1 bedeutet dies:

Die Höhenenergie am Anfang ($m \cdot g \cdot h_0$) ist gleich der kinetischen Energie im Ruhepunkt bei $\varphi = 0$ ($m \cdot v_{max}^2/2$)

Aufgabe 2
2.1 Schreibt den Energiesatz als mathematische Gleichung auf.
2.2 Durch Termumformungen findet ihr daraus eine Gleichung für die maximale Geschwindigkeit des Pendelkörpers.
2.3 Wenn man annimmt, dass die mittlere Geschwindigkeit der Pendelmasse etwa die Hälfte zwischen der niedrigsten ($v = 0$) und höchsten ($v = v_{max}$) ist, $\langle v \rangle = v_{max}/2$, kann man die mittlere Zeit ausrechnen, die das Pendel für genau eine Schwingung benötigt (das ist gerade die Periodendauer). Der zurückgelegte Weg ist dabei der Kreisbogen vom Anfang $\rightarrow$ zur anderen Seite $\rightarrow$ zurück zum Anfang. $b = 4 \cdot \varphi_0 \, L$. φ_0 ist die Anfangsauslenkung (gemessen im Bogenmaß). Berechnet daraus eine Formel für die Periodendauer $T_{0\,N}$ (der Index „N“ weist darauf hin, dass es sich um eine Näherung handelt).

2.4 Mit einer genaueren Theorie (die die Geschwindigkeiten besser beschreibt) ergibt sich für die Periodendauer beim Pendel mit der Länge L für kleine Auslenkungen und ohne Berücksichtigung von Reibungsphänomenen:

$$T_0 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \,. \quad (1)$$

Relative Abweichung: Um wie viel Prozent weichen T_0 und $T_{0\,N}$ voneinander ab? Hängt dieser Wert von der Pendellänge ab?

b) Mittlerer Teil (10 Punkte): Messungen für kleine Winkelausschläge

Jetzt werdet ihr Messungen am Pendel durchführen und dabei auch auf Messungenauigkeiten achten.

- Als Pendelfaden eignet sich ein dünner Zwirnsfaden, der nicht so leicht reißt und sich nicht ausdehnt.
- Als Pendelmasse könnt ihr M8-Schraubenmuttern verwenden, die unten an den Faden geknotet werden. Achtet dabei darauf, dass die Muttern nicht hintereinander auf den Faden gefädelt werden, sondern so, dass der Massenschwerpunkt möglichst immer den gleichen Abstand vom Aufhängepunkt hat.
- Als stabiler Aufhängepunkt eignet sich eine große Büroklammer, die ihr z. B. mit festem Klebeband an den Querbalken eines Türrahmens klebt (Abbildung 3). Die Pendellänge wird dann einfach durch Nachlassen oder Anziehen des Fadens variiert. Achtet darauf, dass die Pendelbewegung möglichst senkrecht zum Büroklammerdraht erfolgt, sonst dreht sich die Pendelebene.

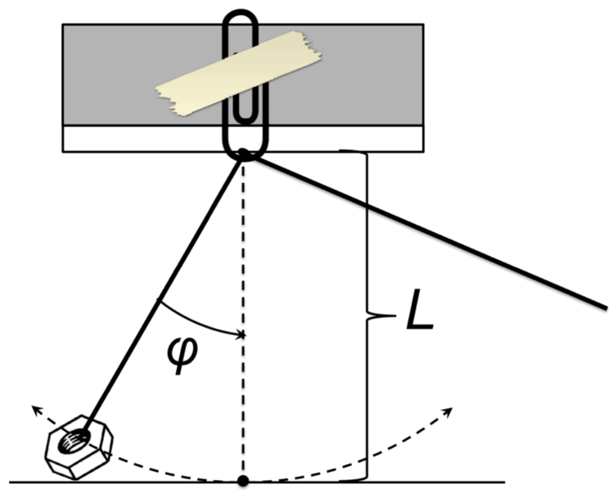

Abbildung 3 Das Pendel am Türrahmen

- Am Türrahmen kann ein Winkelmesspapier (Vorlage in diesem Dokument) so geklebt werden, dass der Auslenkungswinkel abgelesen werden kann.

Aufgabe 3: Genauigkeit der Zeitmessung
Bevor ihr aber loslegt, müsst ihr herausbekommen, wie gut ihr euren Zeitmessungen vertrauen könnt. Verwendet dazu eure Stoppuhr (Handy) und legt fest, diese genau nach 5 Sekunden zu stoppen. Natürlich wird euch das nicht immer gelingen, mal liegt ihr drüber, mal drunter. Um diese Abweichungen Δt geht es. Bestimmt einen Mittelwert dieser Abweichungen Δt_1 bis Δt_{10} aus 10 Messungen als Messunsicherheit $u(t)$ für die Zeitmessung:

$$u(T_0) = \sqrt{\frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \Delta t_3^2 + \ldots + \Delta t_{10}^2}{10}}\ . \qquad (2)$$

Aufgabe 4
In Formel (1) für die Periodendauer erscheint die Masse des Pendelkörpers nicht. Das bedeutet, dass die Periodendauer nicht von der Masse abhängt. Überprüft das experimentell. Das Messprinzip leitet sich dabei direkt aus Formel (1) ab: Ihr messt die Periodendauer T_0 des Pendels für unterschiedliche Massen. Damit ihr nun die Messfehler bei Stoppen der Zeit möglichst klein haltet, messt ihr stets die Zeit für 10 volle Pendelschwingungen und teilt danach die so gemessene Zeit durch 10. Könnt ihr die Behauptung bestätigen, dass T_0 nicht von M abhängt?

Aufgabe 5
Begründet, dass die in Aufgabe 4 geforderte Art der Messung der Periodendauer die Ungenauigkeit der Messung der Periodendauer T_0 etwa um den Faktor 10 verringert.

Aufgabe 6
Jetzt überprüft ihr die Abhängigkeit von der Pendellänge in Formel (1). Bei einer Masse von drei Schraubenmuttern messt ihr die Periodendauer für 5 unterschiedliche Pendellängen (Anfangsausschlag etwa 30°). Zeichnet eure Messwerte in ein Diagramm und zeichnet in dasselbe Diagramm die Werte, die ihr theoretisch nach Gleichung 1 erwartet (rechnet mit $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$). Wie unterscheidet sich die theoretische Kurve von den Messkurven? Wie könnt ihr diese Abweichungen erklären?

Aufgabe 7: Messung der Erdbeschleunigung
Aus euren Messungen könnte ihr einen Wert für die Erdbeschleunigung g bestimmen. Wie kann das gehen? Bestimmt den Messwert von g für jede der 5 Messungen. Wie bestimmt man daraus <u>ein</u> Ergebnis g_E aus euren Experimenten nach Aufgabe 6?

Jede eurer 5 Messungen liefert einen Wert für die Schwingungsdauer T_0. Mithilfe eurer persönlichen Zeitmessungenauigkeit $u(T_0)$ bestimmt ihr für jede der 5 Messungen die relative Ungenauigkeit $u(T_0)/T_0$. Damit könnt ihr nun die Genauigkeit eurer g-Messungen abschätzen. Nehmt den größten der Werte $u(T_0)/T_0$, dann ist die maximale statistische Ungenauigkeit eurer Messungen für g:

$$u(g)_{max} \approx 2 \cdot g_E \cdot (u(T_0)/T_0)_{max}.$$

Damit schreibt ihr nun euer Messergebnis professionell auf: $g_{mess} = g_E \pm u(g)_{max}$. Seid ihr mit eurer Messung zufrieden?

c) **Für die Profis (10 Punkte):**

Ohne Reibung ist die Beschreibung der Bewegung nicht realistisch
Die Pendelbewegung hört irgendwann auf, das Pendel ist zur Ruhe gekommen. Die Ursache dafür sind Reibungsphänomene deren Wirkung ihr nun genauer untersuchen werdet.

Zum Aufbau: Für die folgenden Versuche verwendet wieder drei Schraubenmuttern als Masse und eine Pendellänge L =1 m. Um die Abnahme der Schwingungsamplitude messen zu können, müsst ihr hinter dem Pendel die Winkelskala anbringen (Druckvorlage in diesem Dokument). Mithilfe dieser Winkelscheibe könnt ihr messen, in welchem Maße die Ausschläge durch die Reibung abnehmen.

Aufgabe 8
8.1 Listet auf, wo überall Reibung bei dem Fadenpendel auftritt.

8.2 Auf der Druckvorlage erkennt ihr eine 5°-Winkelskala. Befestigt nun diese Winkelscheibe so am Türrahmen (Klebeband), dass

- der Treffpunkt der Linien genau hinter dem Aufhängepunkt liegt,
- der Faden des ruhenden Pendels genau vor der 0-Grad-Linie liegt und
- das Pendel frei vor dem Winkelblatt schwingen kann.

Wenn ihr nun von vorn, möglichst parallaxefrei rechtwinklig, auf den Pendelfaden schaut, könnt ihr auszählen, nach wie viel Schwingungen die Amplitude φ_{max} um jeweils 5° kleiner geworden ist. Ab 10° findet ihr eine 1°-Winkelteilung, weil hier die Abnahme nur sehr langsam erfolgt. Abbildung 4 zeigt eine solche Messung. Nach rechts wurde die Anzahl der Schwingungen aufgetragen, nach oben die Abnahme der Amplitude in Anteilen des Anfangswertes (hier 40°). Die offenen Kreise zeigen die Messergebnisse.

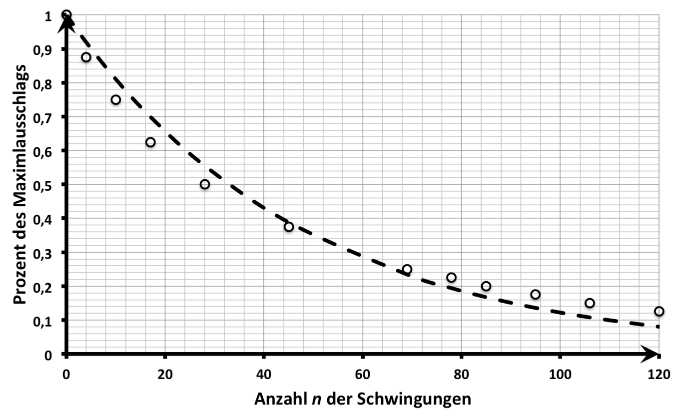

Abbildung 4 Abnahme der Schwingungsamplitude durch Reibung; nach oben aufgetragen: $\varphi_{max}(n)$ / $\varphi_{max}(0)$

Theoretische Modellvorstellung
Durch den Einfluss der Reibung wird bei jeder Schwingung eine bestimmte Menge der Schwingungsenergie als Wärme abgegeben. In einer einfachen, aber gar nicht so schlechten Modellvorstellung führt das dazu, dass die Amplitude bei jeder vollen Schwingung um denselben Faktor K kleiner wird.

Für die Auswertung der Messung sucht ihr Antworten auf zwei Fragen:
1. Sind die Messergebnisse mit der theoretischen Modellvorstellung erklärbar?
2. Sind an den Messergebnissen systematische Fehler zu erkennen?

Aufgabe 9: Die Auswertung

9.1 Der Faktor K in der Modellvorstellung kann nicht beliebige Werte annehmen. Begründet:

- Eine reibungsfreie Bewegung wird durch $K = 1$ beschrieben.
- K größer als 1 ist nicht möglich.
- Negative Werte für K sind unphysikalisch.

9.2 Für die Abnahme der Amplitude φ_{max} durch Reibung suchen wir nun eine Mathematisierung der hier beschriebenen Modellvorstellung also eine mathematische Formel, die die Messwerte beschreiben kann. Eine dazu hilfreiche Überlegung: Es sei K der Faktor, um den die Amplitude bei jeder Schwingung kleiner wird, dann ist die Amplitude nach 2 Schwingungen um … kleiner, nach 3 Schwingungen um … usw. Ist n die Anzahl der Schwingungen dann gilt

$$\varphi_{max}(n) = \varphi_{max}(0) \cdot f(K, n) \, . \qquad (3)$$

Welche Funktion von K und n muss nach der Modellvorstellung in Gleichung (3) eingesetzt werden?

Abbildung 4 zeigt die theoretische Kurve nach Formel (3) für $K = 0{,}98$. Man sieht deutlich einen systematischen Fehler. Die Modellvorstellung beschreibt nur die Bewegung für mittlere Amplituden gut; für große Amplituden erfolgt die Abnahme schneller, für kleine langsamer. Jetzt seid ihr dran. Mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms oder mit eurem GTR bestimmt ihr für eure Messungen den besten Wert für K. Fertigt für eure Messungen eine Zeichnung wie Abbildung 4 an und erklärt etwas zu den systematischen Fehlern, die ihr seht.

Viel Erfolg!

Allgemeine Hinweise

Einsendeschluss: Sonntag, 17. Dezember 2017, 19:59 Uhr.

Gebt eure Lösungen über unser Portal ab: https://portal.studienberatung.uni-hannover.de/

Zulässige Dateiformate sind: PDF für die zusammengeschriebene Lösung (mit eingebetteten Bildern) sowie unter Windows gängige Videoformate, die sich ohne Installation von zusätzlicher Software abspielen lassen, z. B. mp4.

Die Dateien sollten nicht größer als 7,5 MB sein (die Dateien können gezippt sein)! Bitte gebt auch euren Teamnamen, die Namen der Gruppenmitglieder sowie deren Schulen an. Bitte benennt eure hochgeladenen Dateien nach dem Gruppennamen.

ACHTUNG bei Zip-Dateien! Um sicherzugehen, dass eure Dateien wirklich fehlerfrei und für die Korrektoren/-innen zu öffnen sind, solltet ihr eure Zip-Dateien etc. noch mal von eurem

Account herunterladen und öffnen. Dateien, die sich nicht öffnen lassen, können nicht bewertet werden!

Gebt eure Lösungen auch dann ab, wenn ihr nicht alle Fragen beantworten konntet! Vielleicht gelingt euch das ja bei den kommenden Aufgaben.

Die Teilnahmebedingungen und weitere Informationen findet ihr unter: https://www.studienberatung.uni-hannover.de/bigbangchallenge.html

Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.