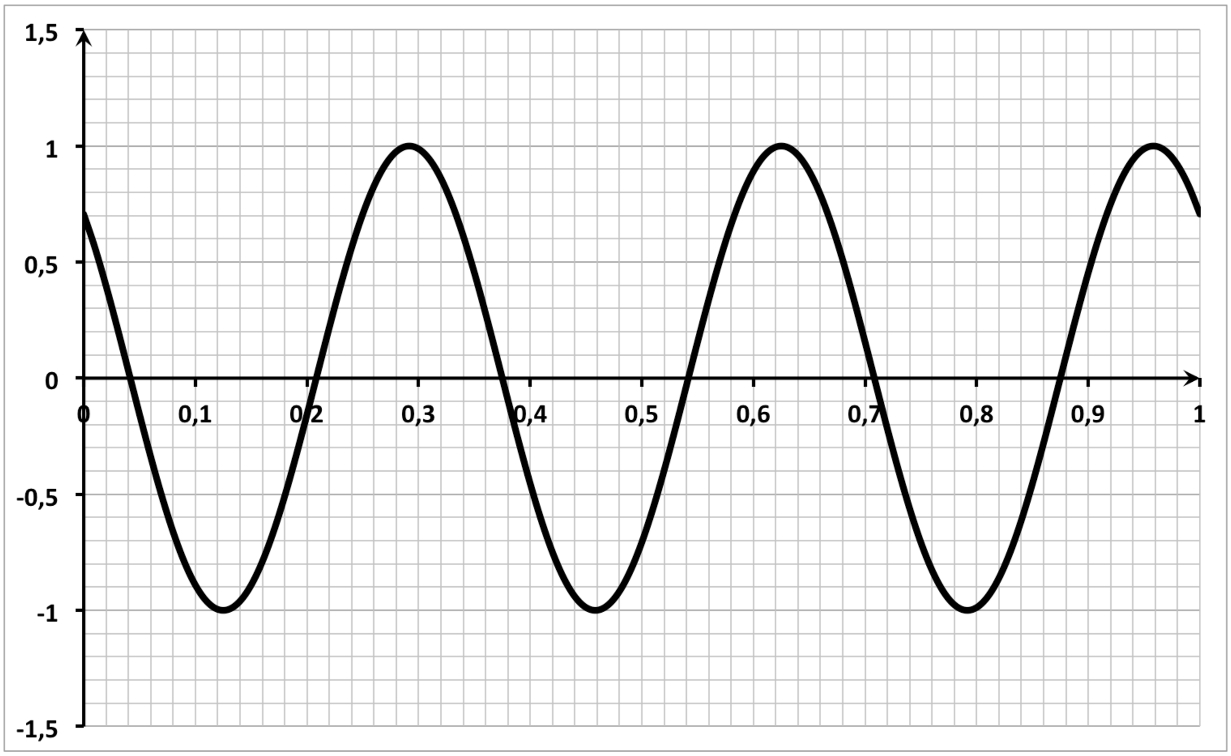
B!G B4NG challenge, 17. Wettbewerb
Aufgabe 3: Lösungen

a) Grundlagenteil (10 Punkte): Der Energieerhaltungssatz beim Schwerependel

Aufgabe 1



Beispiel für eine 3-Hz-Schwingung mit einem Startwinkel von $\varphi_0 = \pi/4$.

Die Höhenenergie am Anfang ($m \cdot g \cdot h_0$) ist gleich der kinetischen Energie im Ruhepunkt bei $\varphi = 0$ ($m \cdot v_{max}^2/2$)

Aufgabe 2.1

$$W_{Anfang} = mgh_0 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = mgh(t) + \frac{1}{2}mv^2(t)$$

Aufgabe 2.2.

$$v_{\max} = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2gh(t) + v^2(t)}$$

Aufgabe 2.3

$$\cos\varphi_0 = \frac{L - h_0}{L} = 1 - \frac{h_0}{L} \Rightarrow h_0 = L(1 - \cos\varphi_0) \Rightarrow$$

$$T_{0N} = \frac{b}{\langle v \rangle} = 2\frac{b}{\langle v \rangle_{\max}} = 2\frac{b}{\sqrt{2gh_0}} = 8\frac{\varphi_0 L}{\sqrt{2gh_0}} = 8\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\varphi_0}{\sqrt{2(1-\cos\varphi_0)}}$$

Aufgabe 2.4

$$\frac{\varphi_0}{\sqrt{2(1-\cos\varphi_0)}} = f(\varphi_0) \Rightarrow \frac{T_{0N} - T_0}{T_0} = \frac{8\sqrt{\frac{L}{g}} \cdot f(\varphi_0) - 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \frac{8 \cdot f(\varphi_0) - 2\pi}{2\pi} = 100 \cdot \frac{8 \cdot f(\varphi_0) - 2\pi}{2\pi}\%$$

Dieser Wert hängt nicht von L ab. Wer Werte für φ_0 einsetzt, findet schnell $f(\varphi_0) \approx 1$. Damit ergibt sich schließlich (dieser letzte Teil ist in der Aufgabe nicht gefordert gewesen).

$$\frac{T_{0N} - T_0}{T_0} = \frac{8 \cdot f(\varphi_0) - 2\pi}{2\pi} \approx \frac{8 - 2\pi}{2\pi} = 0{,}273 = 27{,}3\%$$

Aufgabe 3

Je nach Experimentator/in unterschiedlich. Einigermaßen typisch: 10 ms.

Aufgabe 4

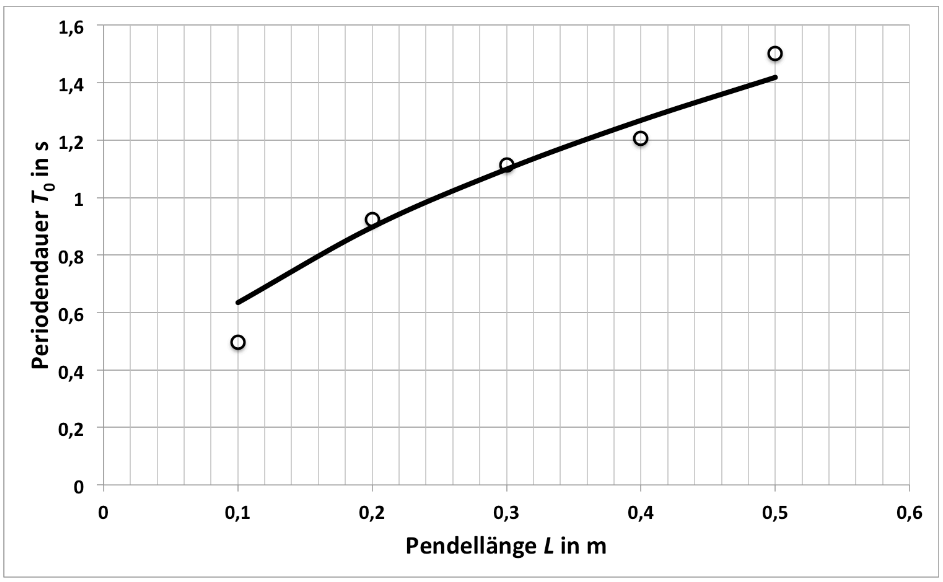
Die Messung liefert im Rahmen der Messgenauigkeit von 1 % keine Abhängigkeit von m.

Aufgabe 5

Jede T-Messung ist mit einer Ungenauigkeit ΔT behaftet. Misst man nur eine Schwingung, liegt das Messergebnis $T_0 - \Delta T < T_{mess} < T_0 + \Delta T$. Misst man 10 Schwingungen tritt die Ungenauigkeit ΔT nur einfach auf: $10T_0 - \Delta T < T_{mess;}(10\text{ Schw.}) < 10T_0 + \Delta T$. Daraus folgt:

$T_0 - \Delta T/10 < T_{mess}(1\text{ Schw.}) < T_0 + \Delta T/10$.

Aufgabe 6



Beispielmessung: Die Periodendauer als Funktion der Pendellänge; die mittlere Ungenauigkeit der Messung (Standardfehler) beträgt etwa 9 % (Angabe in der Aufgabe nicht gefordert.

Ursachen der Messabweichungen: Ungenauigkeiten bei der Zeitmessung (s. oben), bei der Längenmessung (Ableseungenauigkeit bei üblichem Zollstock 0,5 mm, bei den Längen im Experiment typisch 5/1000; Angabe nicht gefordert wird oft von echten Messfehlern übertroffen)

Aufgabe 7:
Hängt von der Unsicherheit bei der Zeitmessung ab; typischer Wert
$u(g)_{max} \approx 2 \cdot g_E \cdot (u(T_0)/T_0)_{max} \approx 0{,}5\text{ m/s}^2$

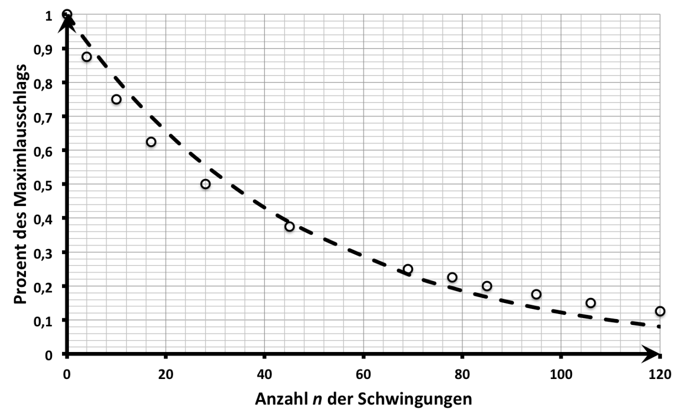
Die ausgesprochen schlampige Messung oben liefert $g_{mess} = \langle g \rangle \pm 3\text{ m/s}^2$, also weit schlechter als durch die reine Zeitunsicherheit begründbar; man kann also nur unzufrieden sein.

c) **Für die Profis (10 Punkte):**

Aufgabe 8

Luftreibung, innere Reibung (durch Walken) im Faden; Reibung zwischen Faden und Aufhängung, Reibung durch Mitschwingen der Aufhängevorrichtung.

8.2 Aufbau individuelle unterschiedlich.



Aufgabe 9.1

$K = 1$: Die Amplituden ändern sich nicht, also keine Reibung.
$K > 1$: Die Schwingung würde sich von allein aufschaukeln. Widerspruch zum Energieerhaltungssatz.
$K < 0$: Würde ein unstetiges Springen von positiven zu negativen Ausschlägen (und umgekehrt) bedeuten, das ist physikalisch (ohne Wirkung äußerer Kräfte) nicht begründbar.

Aufgabe 9.2

$$\varphi_{\max}(n) = K \cdot \varphi_{\max}(n-1) = K^2 \cdot \varphi_{\max}(n-2) = \ldots = K^n \cdot \varphi_{\max}(0)$$